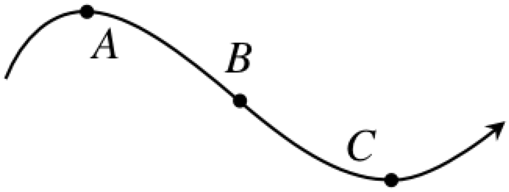
Série 2

Exercice S2E1* (5 min) : Accélération sur une trajectoire

Un vélo suit la trajectoire représentée ci-contre. Le point A est dans un virage à droite, le point B dans une ligne droite et le point C dans un virage à gauche.



a) On suppose d'abord que le vélo roule à vitesse constante. Dessinez les vecteurs vitesse et accélération aux points A, B et C.

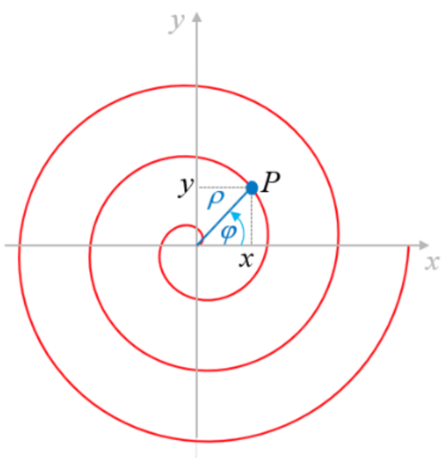
b) On suppose maintenant que le vélo accélère aux points A et B, et qu'il freine en C. Dessinez à nouveau les directions des vecteurs vitesse et accélération aux trois points.

Exercice S2E2* (15 min) : Les coordonnées polaires

a) Exprimez le vecteur position $\vec{r}$ du point P en coordonnées polaires, compte-tenu des notations du schéma.

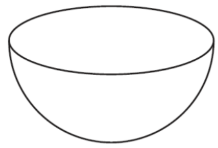
b) On rappelle que $\dot{\vec{e_\rho}} = \dot{\varphi}\vec{e_\varphi}$ et $\dot{\vec{e_\varphi}} = -\dot{\varphi}\vec{e_\rho}$. Expliquez graphiquement la relation entre les 2 vecteurs, respectivement $\dot{\vec{e_\rho}}$ et $\vec{e_\varphi}$, et $\dot{\vec{e_\varphi}}$ et $\vec{e_\rho}$.

c) Calculez les composantes de la vitesse suivant $\vec{e_\rho}$ et $\vec{e_\varphi}$.



Exercice S2E3* (10 min) : Le bol

On considère une bille de masse m qui peut se déplacer librement à l'intérieur d'un bol hémisphérique, et ce sans quitter sa surface.



a) Quel est le système de coordonnées adapté à la description du problème ?

b) Donnez l'expression de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ dans ce système de coordonnées en tenant compte des contraintes imposées au mouvement de la bille.

Exercice S2E4** (50 min) : Le petit train

Un train modèle réduit circule sur une voie circulaire de rayon $R = 0,5$ m. Il peut faire au maximum 0,5 tour/seconde. Il part avec une vitesse nulle et accélère pour atteindre sa vitesse scalaire maximum x_m. Il lui faut exactement un tour pour atteindre cette vitesse depuis la position de départ et son accélération tangentielle est constante durant la phase d'accélération.

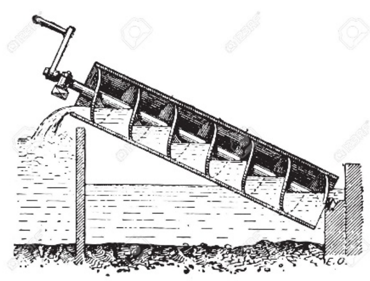
a) Calculez la vitesse scalaire maximale.

b) Calculez sa vitesse et son accélération vectorielles en fonction du temps, de v_m et de R. Pensez à considérer séparément la phase d'accélération et la phase où le train a un mouvement circulaire uniforme.

c) Tracez $|\vec{v}|$ et $|\vec{a}|$ en fonction du temps sur un graphe comprenant la phase d'accélération et la phase où le train roule à vitesse scalaire constante.

Exercice S2E5** (40 min) : La vis d'Archimède

« La vis d'Archimède, voire abusivement appelée vis sans fin, est un dispositif qu'Archimède aurait mis au point lors d'un voyage en Égypte, permettant aux habitants du bord du Nil d'arroser leurs terrains. » *Source: Wikipedia.*



On se propose d'étudier le mouvement d'un point matériel M se déplaçant sur la vis d'Archimède. Le point M décrit donc une hélice d'axe (Oz). Dans un repère cartésien, ses équations horaires sont :

$$\begin{cases} x = R\cos\varphi \\ y = R\sin\varphi \\ z = h\varphi \end{cases}$$

où R est le rayon du cylindre de révolution dans lequel est tracée l'hélice (en d'autres termes, M est à une distance R de l'axe de révolution de la vis), h est une constante et φ correspond à l'angle que fait la projection du vecteur $O\vec{M}$ avec (Ox) sur le plan horizontal (Oxy).

1. Définition du problème

   a) Faites un schéma.

   b) Quel est le système de coordonnées le plus adapté pour traiter ce problème ?

   c) Donnez les expressions de la vitesse et de l'accélération.

2. Montrez que le vecteur vitesse fait un angle constant avec le plan (Oxy).

3. On considère maintenant un mouvement tel que la vitesse angulaire du point M est uniforme.

   a) Montrez que l'accélération est dans le plan (Oxy) et passe par l'axe du cylindre.

   b) Calculez le rayon de courbure correspondant.

* * * * * * *

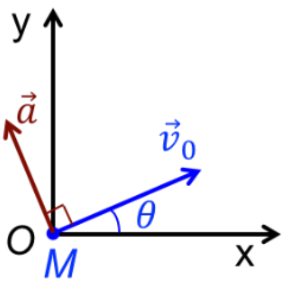
Exercices supplémentaires

Exercice S2ES1* (15 min) : Mouvement accéléré en biais

Le mouvement du point M est décrit dans le repère cartésien $(O; e_x, e_y, e_z)$. Au temps $t = 0$, M est en O avec une vitesse de module v_0 faisant un angle θ avec (Ox). Durant le mouvement, son accélération $\vec{a}$ est constante et fait un angle θ avec (Oy). Voir le schéma ci-contre.

a) Calculez l'équation du mouvement $M(t)$, c'est-à-dire la position de M en fonction du temps dans le repère (O, x, y).

b) Tracez l'allure de la trajectoire de M dans (O, x, y). Que pensez-vous du choix de ce repère ?



Exercice S2ES2* (15 min) : Accélération à l'équateur et orbite de la Terre

Calculez numériquement:

a) La vitesse v d'un point M situé à l'équateur en prenant en compte la rotation de la Terre sur elle-même. On notera R le rayon de la Terre, ω sa vitesse angulaire, f sa fréquence de rotation et T la période associée. Le rayon R de la Terre est $R = 6380$ km.

b) La norme de l'accélération centripète a_c en ce même point. Indiquez sur une figure le vecteur correspondant à l'accélération centripète.

c) La période de rotation que devrait avoir la Terre pour que l'accélération centripète à l'équateur soit égale à g.

d) La vitesse de la Terre dans sa rotation autour du Soleil. On suppose une orbite circulaire, dont le rayon peut être calculé en considérant que la lumière émise par le Soleil parcourt la distance Terre-Soleil en 8 minutes. La célérité c de la lumière est approximée à $c = 300000$ km.s^{-1}.